

9 класс

Экспериментальный тур

Задача №9-Е2. Взвесить без весов

Оборудование: лакированный деревянный цилиндр (масса цилиндра указана в комплекте оборудования), отрезок пластиковой трубки, мерный цилиндр, две линейки, пластиковый стакан с водой (плотность воды $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$).

В работе требуется оценка погрешностей: как измеряемых, так и расчетных величин.

0. Запишите в своё решение массу M выданного вам лакированного цилиндра.
1. Определите среднюю плотность ρ лакированного цилиндра.
2. Определите массу отрезка пластиковой трубки m двумя способами: используя правило моментов сил и закон Архимеда.

Возможное решение

Задача №9-Е2. Взвесить без весов

В авторском комплекте оборудования масса палочки $M = 1.02 \pm 0.02$ г, погрешность 2 единицы последнего разряда весов, относительная погрешность 2%.

Измерим длину палочки линейкой. Длина палочки $L = 240 \pm 1$ мм погрешность определяется ценой деления линейки, относительная погрешность 0.4%.

Определим плотность палочки с помощью силы Архимеда, для этого опустим палочку в мерный стакан и измерим длину H выступающей над водой части палочки: $H = 62 \pm 1$ мм. Длину выступающей части измерять удобнее, чем длину погруженной в воду части палочки, так как в первом случае удается расположить линейку и палочку достаточно близко друг к другу. По закону Архимеда плотность палочки:

$$\rho_{\text{п}} = \rho_{\text{в}} \cdot \frac{L - H}{L} = 1.00 \cdot \frac{240 - 62}{240} = 0.74 \text{ г/см}^3.$$

Абсолютная погрешность числителя в этой формуле составляет 2 мм, так как при сложении и вычитании абсолютные погрешности складываются. Относительная погрешность числителя $\frac{2}{240-62} = 0.011 = 1.1\%$. При делении физических величин складываются относительные погрешности. Следовательно, относительная погрешность измерения плотности $0.4\% + 1.1\% = 1.5\%$. Окончательно для плотности:

$$\rho_{\text{п}} = 0.74 \pm 0.01 \text{ г/см}^3.$$

Определение массы трубки методом рычага. Для определения массы трубки m с использованием правила моментов сил найдем положение y центра масс палочки (y — расстояние от края палочки, на который в дальнейшем будет надет трубка). В авторском комплекте $y = 120 \pm 1$ мм, т.е. палочка является однородной. Наденем трубку на край палочки так, чтобы их торцы совпадали (заподлицо). Длина трубки $z = 49 \pm 1$ мм. Теперь определим положение центра масс системы палочка-трубка относительно того же торца: $x = 92 \pm 1$ мм. Правило моментов для этого случая имеет вид:

$$mg \left(x - \frac{z}{2} \right) = Mg(y - x),$$

откуда:

$$m = M \frac{y - x}{x - z/2} = 0.42 \text{ г.}$$

Абсолютная погрешность числителя этой дроби 2 мм, относительная $\frac{2}{28} = 0.07 = 7\%$. Абсолютная погрешность знаменателя 1.5 мм. Относительная $\frac{1.5}{67.5} =$

$0.02 = 2\%$. Относительная погрешность массы трубки $2\% + 7\% + 2\% = 11\%$, $0.11 \cdot 0.420 = 0.046$ г. Окончательно

$$m = 0.42 \pm 0.05 \text{ г.}$$

Определение массы трубки с помощью силы Архимеда. Опустим палочку с надетой трубкой в мерный стакан тяжелым концом вниз. Палочка должна плавать не касаясь дна. Измерим длину h выступающей над водой части палочки $h = 42 \pm 1$ мм. Условие равновесия палочки:

$$(m + M)g = \rho_0 g \frac{\pi}{4} (D^2 z + d^2 (L - z - h)),$$

где D — внешний диаметр трубки на палочке, d — диаметр палочки, $(L - z - h)$ — длина части палочки без трубки, находящейся в воде. D и d определим методом прокрутки, сделав десять оборотов с помощью двух линейек:

$$10\pi d = 85 \pm 1 \text{ мм}, \quad d = 2.71 \pm 0.03 \text{ мм},$$

относительная погрешность, $\frac{1}{85} = 0.012 = 1.2\%$,

$$10\pi D = 125 \pm 1 \text{ мм}, \quad D = 3.98 \pm 0.03 \text{ мм},$$

относительная погрешность $\frac{1}{125} = 0.008 = 0.8\%$. Из условия равновесия палочки находим

$$m = \rho_0 \frac{\pi}{4} (D^2 z + d^2 (L - z - h)) - M = 0.45 \text{ г.}$$

Последовательно оценим погрешность:

- Абсолютная погрешность $(L - z - h)$ равна 3 мм. Относительная $\frac{3}{149} = 0.02 = 2\%$.
- Относительная погрешность $d^2 (L - z - h)$ равна $1.2\% + 1.2\% + 2\% = 4.4\%$. Абсолютная погрешность $d^2 (L - z - h)$ равна $2.71 \cdot 2.71 \cdot 149 \cdot 0.044 = 48 \text{ мм}^3$.
- Окончательно $d^2 (L - z - h) = 1094 \pm 48 \text{ мм}^3$.
- Относительная погрешность $D^2 z$ равна $0.8\% + 0.8\% + 2\% = 3.6\%$. Абсолютная погрешность $D^2 z$ равна $3.98 \cdot 3.98 \cdot 49 \cdot 0.036 = 28 \text{ мм}^3$.
- Окончательно $D^2 z = 776 \pm 28 \text{ мм}^3$.
- Абсолютная погрешность $(D^2 z + d^2 (L - z - h))$ равна $28 + 48 = 76 \text{ мм}^3$. Относительная погрешность $(D^2 z + d^2 (L - z - h))$ равна $\frac{76}{776 + 1094} = 0.041 = 4.1\%$.
- Абсолютная погрешность $\rho_0 \frac{\pi}{4} (D^2 z + d^2 (L - z - h))$ равна $1 \cdot \frac{3.14}{4} (1.094 + 0.776) \cdot 0.041 = 0.06$ г.
- Абсолютная погрешность $\rho_0 \frac{\pi}{4} (D^2 z + d^2 (L - z - h)) - M$ (окончательного результата) равна $0.06 + 0.02 = 0.08$ г.

- Итоговое значение: $m = 1 \cdot \frac{3.14}{4} (1.094 + 0.776) - 1.02 = 0.45$ г.

$$m = 0.45 \pm 0.08\text{г}$$

Относительная погрешность результата, полученного с использованием силы Архимеда, равна 18%. Реальное значение массы трубки, полученное непосредственно с помощью весов $m = (0.44 \pm 0.02)$ г.