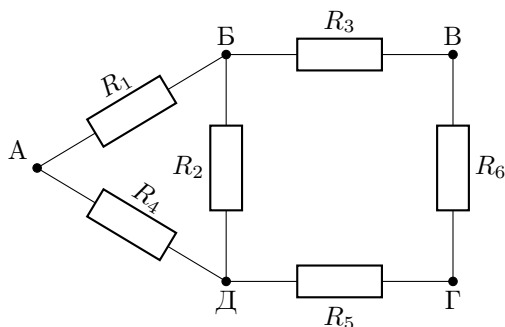


## 10 класс Экспериментальный тур

### Задача №10-Е2. Серый ящик

*Оборудование:* «серый ящик», мультиметр.

В выданном вам сером ящике собрана электрическая цепь, схема которой представлена на рисунке. Обозначения выводов на «сером ящике» соответствуют обозначениям на схеме.



При необходимости выводы серого ящика можно соединять друг с другом. С помощью имеющегося оборудования выполните следующие задания.

1. Определите, у какого из резисторов наименьшее сопротивление.
2. Найдите сопротивления всех резисторов и оцените их погрешности.
3. Как необходимо соединить выводы «серого ящика» друг с другом, чтобы сопротивление получившейся цепи между некоторыми двумя точками было равно  $(167 \pm 5)$  Ом? Укажите, какие выводы необходимо соединить и между какими выводами при этом получится требуемое сопротивление.

**Важно!** В начале работы укажите номер выданного вам «серого ящика», если ящики занумерованы. *Примечание:* считайте, что погрешность мультиметра составляет 1% от измеряемой величины.

## Возможное решение

### Задача №10-Е2. Серый ящик

Для начала найдем сопротивления 3, 5 и 6 резисторов. Для этого проделаем следующие опыты:

- Измерим сопротивление  $R_a$  между замкнутыми точками **БД** и замкнутыми точками **ВГ**. Полученная цепь представляет параллельное соединение 3 и 5 резисторов, поэтому  $\frac{1}{R_a} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}$ .
- Измерим сопротивление  $R_6$  между замкнутыми точками **БГ** и точкой **В**. Полученная цепь представляет параллельное соединение 3 и 6 резисторов, поэтому  $\frac{1}{R_6} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6}$ .
- Измерим сопротивление  $R_b$  между замкнутыми точками **ВД** и точкой **Г**. Полученная цепь представляет параллельное соединение 5 и 6 резисторов, поэтому  $\frac{1}{R_b} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}$ . Из первых трех опытов получим:

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_6} - \frac{1}{R_b} \right),$$

откуда найдем  $R_3$ , аналогично найдем  $R_5$

$$\frac{1}{R_5} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} - \frac{1}{R_6} \right)$$

и  $R_6$

$$\frac{1}{R_6} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_6} - \frac{1}{R_a} \right).$$

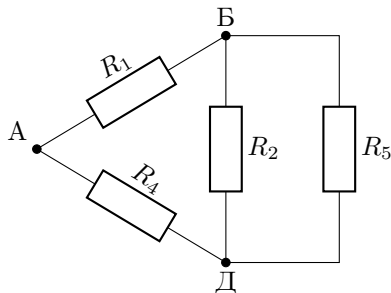
- Теперь соединим вместе точки **Б**, **В** и **Г**. Получим треугольник из резисторов, две стороны треугольника представлены резисторами 1 и 4, а третья — параллельным соединением резисторов 2 и 5. Важно выбрать именно такой вариант, так как измеряя сопротивления между различными парами выводов можно определить, что сопротивления резисторов 1, 2 и 4 заметно меньше остальных. Для повышения точности к резистору 2 нужно присоединить параллельно максимально сравнимый с ним, то есть обладающий наименьшим сопротивлением из оставшихся. Получим эквивалентную схему:

Дополнительно соединим точки **Б** и **Д** и измерим сопротивление  $R_x$  между ними и точкой **А**.

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_1}$$

- Вместо **Б** и **Д** соединим **Б** и **А** и измерим сопротивление  $R_y$  между ними и точкой **Д**.

$$\frac{1}{R_y} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}.$$



- Вместо **Б** и **А** соединим **Д** и **А** и измерим сопротивление  $R_z$  между ними и точкой **Б**.

$$\frac{1}{R_z} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}.$$

- Теперь можно вычислить оставшиеся сопротивления.

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_z} - \frac{1}{R_y} \right),$$

аналогично

$$\frac{1}{R_4} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y} - \frac{1}{R_z} \right)$$

и

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_z} + \frac{1}{R_y} - \frac{1}{R_x} \right) - \frac{1}{R_5}.$$

- Для определения какие выводы нужно соединить, чтобы получить 167 Ом, рассчитаем для каждого резистора величину обратную его сопротивлению и посмотрим какие из них дают в сумме  $\frac{1}{167}$  Ом<sup>-1</sup>. Из полученных значений следует, что идеально подходят  $R_1$  и  $R_2$ . То есть требуется соединить точки **А**, **В**, **Г** и **Д** и измерять сопротивление между ними и точкой **Б**. Также можно заметить, что число очень близкое к 167 Ом, мы получили при измерении  $R_z$ .
- Оценим погрешность. Погрешность измеряемых сопротивлений составляет 1%, тогда и погрешность величин, обратных к измеренным сопротивлениям тоже составляет 1%. Вычислим абсолютные погрешности величин  $1/R$  по формуле  $\Delta \left( \frac{1}{R} \right) = \frac{\varepsilon(R)}{R}$ . При сложении величин складываются их абсолютные погрешности, поэтому

$$\Delta \left( \frac{1}{R_1} \right) = \frac{1}{2} \left( \Delta \left( \frac{1}{R_x} \right) + \Delta \left( \frac{1}{R_y} \right) + \Delta \left( \frac{1}{R_z} \right) \right).$$

Тогда  $\varepsilon(R_1) = \varepsilon\left(\frac{1}{R_1}\right) = \Delta\left(\frac{1}{R_1}\right) R_1$ , соответственно  $\Delta(R_1) = \Delta\left(\frac{1}{R_1}\right) R_1^2$ .

Для остальных сопротивлений погрешность вычисляется аналогично.

Измерения и расчеты (Авторские значение могут отличаться от выданного вам оборудования).

Что измеряли	Значение, кОм	$R^{-1}$ , кОм $^{-1}$	$\Delta(R^{-1})$ , кОм $^{-1}$
$R_a$	12.53	0.0798	0.000798
$R_b$	24.9	0.0402	0.000402
$R_b$	16.69	0.0599	0.000599
$R_x$	0.1239	8.0710	0.080710
$R_y$	0.242	4.1322	0.041322
$R_z$	0.1645	6.0790	0.060790

Что вычислили	Значение, кОм	$\Delta R$ , кОм	Ответ, кОм
$R_1$	0.199	0.004	$0.199 \pm 0.004$
$R_2$	0.979	0.09	$0.98 \pm 0.09$
$R_3$	33.5	1.0	$34 \pm 1$
$R_4$	0.326	0.01	$0.33 \pm 0.01$
$R_5$	20.5	0.4	$20.5 \pm 0.4$
$R_6$	97.1	8	$97 \pm 8$

Как видно из таблицы наименьшим сопротивлением обладает первый резистор.