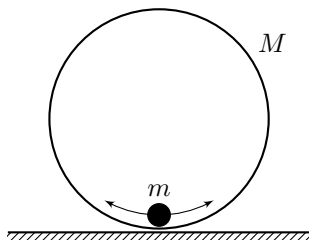


## 11 класс Экспериментальный тур

### Задача №11-Е2. Колебания кольца

*Оборудование:* пластмассовое кольцо (внешний диаметр известен  $D = 110$  мм), набор гаек (М8 — 1 шт, М10 — 6 шт; их массы указаны на установке), скотч, секундомер, миллиметровая бумага для построения графика.

Если установить кольцо вертикально на горизонтальную поверхность, закрепив в нижней части кольца небольшой груз, то при отклонении на небольшой угол от положения равновесия, кольцо, перекатываясь, будет совершать колебания. Период этих колебаний зависит от отношения масс  $M/m$  кольца и груза.



0. Укажите массы гаек М8 и М10, которые указаны у вас на установке. Запишите номер своей установки, если он указан.

1. Определите период колебаний кольца при различных массах груза (не менее 5 значений). Оцените погрешности.

2. Получите теоретическое выражение для периода колебаний.

3. Используя графическую обработку полученных экспериментальных данных, проверьте их соответствие теоретической модели.

4. Используя результаты п. 3, определите массу пластмассового кольца и оцените её погрешность.

## Возможное решение

### Задача №11-Е2. Колебания кольца

В таблице приведены результаты измерений периода колебаний кольца при различных массах груза. В качестве груза использовались гайки, который закреплялись на внутренней поверхности кольца с помощью небольшой полоски скотча.

M8, шт.	M10, шт.	m, г	N	t <sub>1</sub> , с	t <sub>2</sub> , с	t <sub>3</sub> , с	t <sub>4</sub> , с	t <sub>5</sub> , с	T <sub>ср</sub> , с
1	0	4.5	5	8.84	9.04	9.28	9.06	9.24	1.82
0	1	10.2	5	6.36	6.49	6.57	6.60	6.30	1.29
0	2	20.4	10	9.30	9.50	9.22	9.38	9.42	0.94
0	3	30.6	10	7.77	7.76	7.81	7.81	7.90	0.78
0	4	40.8	10	6.70	6.85	6.87	6.87	6.98	0.69
0	6	61.2	10	5.85	5.62	5.75	5.77	5.78	0.58

При повороте кольца относительно положения равновесия на угол  $\varphi$  потенциальная энергия груза увеличивается на  $\Delta E_{\text{п}} = mgR(1 - \cos \varphi)$ . При малых  $\varphi$   $\cos \varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2}$ . Отсюда  $\Delta E_{\text{п}} \approx mgR \frac{\varphi^2}{2}$ . При малых колебаниях кинетической энергией груза можно пренебречь, так как его скорость составляет величину порядка  $R\dot{\varphi}$ , соответственно его кинетическая энергия — величина порядка  $\frac{mR^2(\dot{\varphi})^2}{2}$  — много меньше кинетической энергии всего кольца  $E_{\text{к}} = MR^2\dot{\varphi}^2$ . Закон сохранения энергии при колебаниях

$$MR^2\dot{\varphi}^2 + mgR\frac{\varphi^2}{2} = \text{const.}$$

Отсюда

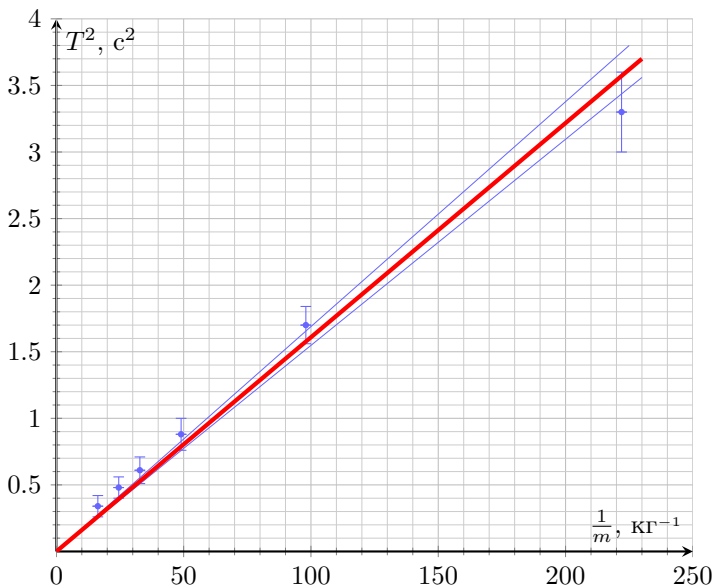
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2MR}{mg}}.$$

Из полученного в п.2 выражения  $T = Am^{-0.5}$ , где  $A = 2\pi\sqrt{\frac{2MR}{g}}$ , после возведения в квадрат получаем

$$T^2 = \frac{8\pi^2 MR}{g} \cdot \frac{1}{m}.$$

При соответствии экспериментальных данных этой теоретической модели зависимость  $T^2 \left(\frac{1}{m}\right)$  должна быть линейной с угловым коэффициентом  $k = \frac{8\pi^2 MR}{g}$ . Результаты такой обработки экспериментальных данных представлены в таблице и на графике.

$T^2, \text{с}^2$	3.3	1.7	0.88	0.61	0.48	0.34
$m^{-1}, \text{кг}^{-1}$	222	98	49	32.8	24.5	16.3



Погрешность определения значения  $T^2$  оценим как  $\Delta(T^2) = 2T\Delta T$ , где  $\Delta T = \sqrt{(\Delta T_{\text{сист}})^2 + (\Delta T_{\text{сл}})^2}$ . Величину  $\Delta T_{\text{сист}}$  считаем равной  $\frac{\Delta t}{N} \approx 0.05 \text{ с}$  ( $\Delta t$  — погрешность определения времени 10 колебаний), случайная погрешность данных много меньше  $\Delta T_{\text{сл}} \ll \Delta T_{\text{сист}}$ . График зависимости  $T^2$  ( $\frac{1}{m}$ ) с учетом погрешности  $T^2$  представлен на рисунке. Определенное по графику значение углового коэффициента  $k = 0.016 \pm 0.001 \text{ кг} \cdot \text{с}^2$ . Отсюда масса пластмассового кольца  $M = 36 \pm 2 \text{ г}$ .